Ⅰ　数学の基礎

１－１　整数の計算

整数の計算は、次のルールがあります。

（　）：小かっこ，｛　｝：中かっこ　がある場合は（　）の中の計算を先にする。

＋記号の式の場合は、文字（または数字）の順序を入れ替えてもよい

－記号の付いていない文字（または数字）は、その文字（数字）に＋記号がついているが省略されていると解釈する。

例①　Ａ＝Ｂ　で　Ｂ＝Ｃ　のとき　　Ａ＝Ｃ　　⇒　Ａ＝Ｂ＝Ｃ

例②　Ａ＋Ｂ＝Ｂ＋Ａ

例③　A+（Ｂ＋Ｃ）＝（Ａ＋Ｂ）＋Ｃ＝Ａ＋Ｂ＋Ｃ＝（Ａ＋Ｂ＋Ｃ）

式の中が全て、たし算だけの場合は（　）をはずしても、（　）で閉じなおしてもよい。

例④　Ａ＋（－Ｂ）＝Ａ－Ｂ＝Ａ－（Ｂ）　　と書きなおせる。

(　)内に－符号がある場合は次のように書きなおせる。

（－Ａ）＝－Ａ＝－（Ａ）

（－Ａ）＋Ｂ＝Ｂ＋（－Ａ）＝Ｂ－Ａ＝－Ａ＋Ｂ

Ａ＋（－Ａ）＝０　　⇒　Ａ－Ａ＝０

例⑤　A×B=B×A　　　⇒　×記号を省略したり、×記号に替えて　・　を付けて書く事が出きる。

A×B＝Ｂ×Ａ　，　Ａ×Ｂ＝Ａ・Ｂ＝ＡＢ＝ＢＡ

注）　１ 電気計算でＸ（エックス）記号を使う場合があるので、×（掛ける）記号とＸ（エックス）記号と間違う恐れがあるので、あまり使わないほうがよい。

２ ・記号は小数点　.　と間違う恐れがあるので、あまり使わないほうがよい。

例⑥　Ａ（ＢＣ）＝（ＡＢ）Ｃ＝（ＡＢＣ）＝ＡＢＣ

例⑦　Ａ（Ｂ＋Ｃ）＝ＡＢ＋ＡＣ　　Ａ は Ｂ と Ｃ にも掛ける

１－２　分数の計算

分数の計算は、次のルールがあります。

①　分母が等しい場合は分母はそのままで、分子を整数の計算ルールに従って加減の計算をする。

$$\frac{A}{B}+\frac{C}{B}=\frac{A+C}{B} \qquad \frac{A}{B}-\frac{C}{B}=\frac{A-C}{B}$$

②　分母が異なる場合は、分母を共通の大きさ（共通分母）にしてから、加減の計算をする。

$$\frac{A}{B}+\frac{C}{D}=\frac{AD}{BD}+\frac{BC}{BD}=\frac{AD+BC}{BD} \qquad \frac{A}{B}-\frac{C}{D}=\frac{AD}{BD}-\frac{BC}{BD}=\frac{AD-BC}{BD}$$

③　分数の掛け算は、<u>分母は分母どうし</u>掛け、<u>分子は分子どうし</u>掛ける。

$$\frac{A}{B}\times\frac{C}{D}=\frac{AC}{BD}$$

④　分数の**割り算**は、割る方の**分数を逆数**にして掛ける。

$$\frac{A}{B}\div\frac{C}{D}=\frac{A}{B}\times\frac{D}{C}=\frac{AD}{BC}$$

⑤　繁分数（複分数）の場合

下記のような形の分数式を繁分数または複分数と言う。

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}=e$$

この式の意味は $\frac{a}{b}$ を $\frac{c}{d}$ で　割ると言う意味である。

したがって $\frac{a}{b}\div\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\times\frac{d}{c}=\frac{ad}{bc}$ と、書きなすと理解しやすい。

分子又は分母のそれぞれの中に、分数の足し算や引き算がある場合でも、それぞれの（分子又は分母）の部分を先に計算して、簡単な基本式に変換してから扱うと計算しやすい。

又、一般的に数式の計算は、

<u>割り算式の形</u>よりも<u>掛け算式の形</u>の方が扱いやすく、間違いにくいので、

出来るだけ**掛け算式の形**に変換するとよい。

１－２－１　特殊な分数式

①

$$\frac{1}{\frac{A}{B}} = 1 \div \frac{A}{B} = 1 \times \frac{B}{A} \quad \frac{B}{A}$$

分母を逆数にして掛ける

$$\frac{A}{1} = \mathrm{A}$$

②

$$C \times \frac{A}{B} = \frac{AC}{B} \quad \Rightarrow \quad \frac{C}{1} \times \frac{A}{B} = \frac{C \times A}{1 \times B} = \frac{AC}{B}$$

③

$$\frac{A}{B} \times C = \frac{AC}{B} \quad \Rightarrow \quad \frac{A}{B} \times \frac{C}{1} = \frac{A \times C}{B \times 1} = \frac{AC}{B}$$

④　帯分数　$C\frac{A}{B}$ は　$C \times \frac{A}{B}$ では無い。

$$5\frac{2}{3} = \frac{5}{1} + \frac{2}{3} = \frac{15}{3} + \frac{2}{3} = \frac{17}{3}$$

$$5 \times \frac{2}{3} = \frac{5}{1} \times \frac{2}{3} = \frac{5 \times 2}{3 \times 1} = \frac{10}{3}$$

注：×印は省略しない方が間違にくい。

：帯分数は電気計算ではあまり使うことがない。

参　考

イ）：１に何を掛けても値は変わらないる。⇒　１を省略して、１を書かない。

ロ）：何を１で割っても値は変わらないる。⇒　１を省略して、１を書かない。

$A = \frac{A}{1}$　と解釈して、数式処理のテクニックとする場合もある

ハ）：何に０をかけても　０　である。　⇒　Ａ×０＝０

ニ）：何を０で割っても結果は無限大値になるので割らない。

ホ）：０を何で割っても割れないので意味が無いので割る必要が無い。

１－２－２　特殊な分数式の解き方

①　$\frac{1}{R_0}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}$　の関係式で　R_0を求めたい場合

上式の両辺に　R_0　を掛ける　⇒　$\frac{R_0}{R_0}=R_0\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)$

$$1=R_0\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)$$

前式から　$R_0=$　とするには、両辺を　R_0に掛かっている（　）部分で割る

$\frac{1}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}}=R_0$　となる。　このままでは解き難いので、

複雑な分母部分のみを別に計算する。　この分母の（　）内部分は、分母の違う

分数の足し算であるので分母をR_1とR_2の共通分母（R_1R_2）にする。

$$\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}=\frac{R_2}{R_1R_2}+\frac{R_1}{R_1R_2}=\frac{R_1+R_2}{R_1R_2}$$

$$\therefore R_0=\frac{1}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}}=\frac{1}{\frac{R_1+R_2}{R_1R_2}}=\mathbf{\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}}$$

この元の式の型と結果の式の型を見てみると、

分母（下）は足し算、分子（上）は掛け算

の型になっていて、比較的覚えやすい型である。途中の計算経過は複雑そうであるが、

電気回路の計算では、よく使うテクニックなので、結果だけを是非覚えるとよい。

（文字･数字が 2 文字のばあいのみに適用され、3 文字以上になるとかなり複雑な式になる）

② 前記 $\dfrac{R1R2}{R1+R2}$ のような型の場合で、 $R_1=R_2$のように特別な場合は

$R_1=R_2=R$ と置き換えてみると

$$R_0=\frac{R1R2}{R1+R2}=\frac{RR}{R+R}=\frac{RR}{R+R}=\frac{RR}{2R}=\frac{R}{2}$$

このＲ１＝Ｒ２＝Ｒという特別な場合の結果を考察してみると、

Ｒが２ケある場合は　　R_0はＲの１/２　となっている。

Ｒが３ケある場合は　　R_0はＲの１/３　となる。

一般に　Ｒがｎケある場合は　　R_0はＲの１/ｎ　となる。

この現象は、電気回路において、同じ抵抗Ｒがｎケ並列接続した場合の、

合成抵抗の値が１／ｎになることを意味する。

１－３　比 例 計 算

比例には正比例と反比例がありますが、正比例の場合は単に「比例」という場合がほとんどです。

正比例と反比例を特に区別する必要がない場合は、「比例」と表現します。

反比例を「逆比例」という場合がありますが、同じ意味です。

１－３－１　比　例（正比例）

比例関係は数学的にも日常的にも、よく使用する言葉ですが電気現象を理解し計算式を作る場合や、計算結果を確認する場合にこの比例関係に慣れていると、簡単にチェックできます。

文章表現の比例関係を計算式に書き直す考え方と、その計算式を解く方法を解説します。

表現　その１　：　「ＡとＢの比」　という表現をを式に表すと

$\dfrac{A}{B}$　と、分数式に表される

注：ＡとＢの位置関係（上下）を間違わないようにする。

表現　その２　：　**「Ａ対ＢはＣ対Ｄの関係にある」 場合は、次式の様に表現できる。**

$$A : B = C : D \quad \Rightarrow \quad \frac{A}{B} = \frac{C}{D}$$

上式の結果に変換する考え方は次のようなルールによって証明出来ます。

ルール１　**外項の積は内項の積に等しい。**　　（**積：掛け算の意味**）

$$\Rightarrow \quad A \times D = B \times C \quad \Rightarrow \quad AD = BC$$

（Ａ：Ｂ＝Ｃ：Ｄ　のように表された式で　**外項とは**　ＡとＤ　，　**内項とは**　ＢとＣ　をいう。）

上式　ＡＤ＝ＢＣ　**の両辺を共通分母　ＢＤ　で割ると**

$$\frac{AD}{BD} = \frac{BC}{BD}$$

左辺の分子 Ｄ と分母の Ｄ，及び右辺の分子のＢと分母のＢが**約（消す）されて**

$$\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$$

となる

ルール２　**左辺の分子×右辺の分母＝左辺の分母×右辺の分子（斜め同士掛ける）**

（右辺、左辺、両辺とは等号＝記号、の右、左、両方のことを言う）

ルール３　：　**等号（＝）の両辺に、同じ文字（**または**数字）を掛けても割っても値は変わらない。**

$$\frac{A}{B} = \frac{C}{D} \quad \Rightarrow$$

Ａ**対**Ｂ**は**Ｃ**対**Ｄ（Ａ：Ｂ＝Ｃ：Ｄ）**であると、言い替えられる。**

または、Ａ**対Ｃは**Ｂ**対**Ｄ（Ａ：Ｃ＝Ｂ：Ｄ)**であると表現できる**

表現　その３　：　Ｉ**は**Ｖ**に比例し**Ｒ**に反比例する。**

$$I = \frac{V}{R}$$

と書き表わす。　（比例するＶは分子に、反比例するＲは分母に書く）

この式の意味は　Ｖが２倍、３倍と大きくなれば、Ｉ**も２倍、３倍と大きくなり、**

$\frac{1}{2}$　$\frac{1}{3}$

Vが　　、　　となれば、Ｉも　　、　　と小さくなる。

Rが2倍、3倍と大きくなれば、Ｉ　が $\frac{1}{2}$、$\frac{1}{3}$と小さくる。

例　ある回路の電流Ｉは、電圧Ｖが大（2倍）になると　電流も多く（2倍）流れる。

その回路の抵抗Ｒが小さく（１／２倍）なると、電流Ｉが2倍流れる。

言い替えると

電圧Ｖが極端に高く（**大**）なると、電流Ｉも極端に多く（**大**）流れる。（比例）

いわゆる、絶縁破壊状態になり、大電流・短絡現象となる

抵抗Ｒが無限に**小**（短絡に近く）となる、電流Ｉは無限**大**近く流れる。（反比例）

いわゆる、大電流・短絡現象となる

この電気現象をハッキリと認識しておきましょう。

比例、反比例の関係がややこしくなった場合は、思い出した式に数字の２，３，６を当てはめて確認してみるとよく解る。

１－３－２　反比例

表現　その１　：　「ＹはＡに比例しＢに反比例する」　を、式に表すと

$$Y = \frac{A}{B}$$

表現　その２　：　イ）Ａ：Ｂの比がＣ：Ｄの比に反比例する。

：　ロ）Ａ：Ｂの比はＣ及びＤの逆数に比例する　とも言える。

式で表すと

イ）の場合は $\frac{A}{B} = \frac{D}{C}$　　あるいは　Ａ：Ｂ＝Ｄ：Ｃ

ロ）の場合は　$A : B = \frac{1}{C} : \frac{1}{D}$　　とも表現できる

ＤとＣの位置（上下，左右）関係に注意。正比例式との違いを確認しよう。

証　明

ロ）の場合　Ａ：Ｂ＝Ｄ：Ｃ　　から、「外項の積は内項の積に等しい」を適用して

ＡＣ＝ＢＤ　　　となる

一方　Ａ：Ｂ＝$\frac{1}{C}$ ＝$\frac{1}{D}$　から、「外項の積は内項の積に等しい」を適用して

$\frac{A}{D} = \frac{B}{C}$　　　となり

Ａ：Ｄ＝Ｂ：Ｃ　⇒　ＡＣ＝ＢＤ　　となり同じ結果になる。

＊　別の考え　$\frac{A}{B} = \frac{D}{C}$　の関係がある場合、ＢとＤ入れ替えても、あるいは

ＡとＣ入れ替えても値は変わらない。

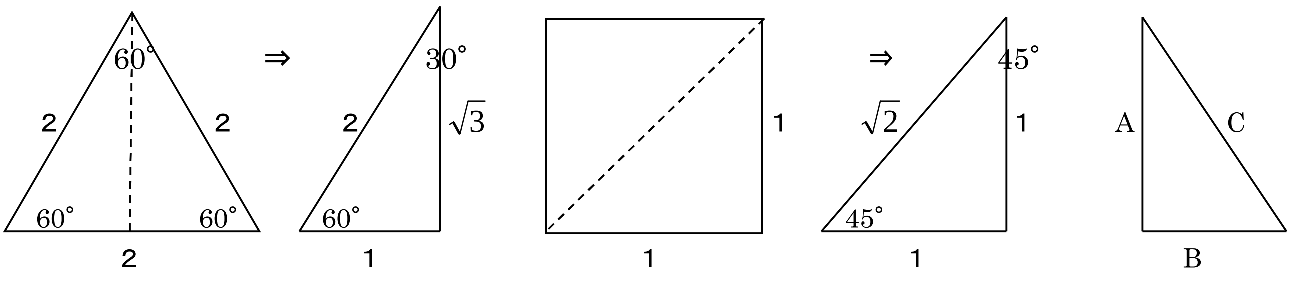
よって$\frac{A}{B} = \frac{D}{C}$　⇒　$\frac{A}{D} = \frac{B}{C}$　又は $\frac{C}{B} = \frac{D}{A}$ と書ける。

参　考

上記「証明」で使用した、**分数の 分子や分母を入れ替えたり、分数式から掛け算式に変換するテクニックをフルに活用すると、分数式や比例・反比例式を解くのに非常に**便利なので、電気計算の問題を解く手段として、是非、マスターして下さい。

1－4　三角形関係

参考資料　　特殊な三角形の特徴（各辺の大きさおよび比率）



正三角形　正三角形の半分　正方形　正方形の半分　任意の直角三角形

$\sqrt{3}$＝１.７３　$\sqrt{2}$＝１.４１　Ｃ^2＝Ａ^2＋Ｂ^2

図４－１　図４－２　図４－３　斜辺^2＝底辺^2＋垂線^2

図４－４　（三平方の定理）

図４－５

直角三角形（図４－５）において、Ａ：Ｂ が **３：４** のときＣは**５**となる

（３と４入れ替わってもよい。３及び４の倍数になる時 Ｃ は ５ の倍数となる）

これを **直角三角形の３,４,５の関係**と言う。

（交流回路の計算を扱う時は ３，４，５ の関係を使うと早くて・便利です）

問題によく使う特殊な例

図４－６のような直角三角形において、底辺Ａが ０.８、垂線Ｂが０.６ のとき

斜辺Ｃ は １ となる。　　　いわゆる

力率COSθ＝０.８のとき、無効率Ｓｉｎθ＝０.６となる

$$(\mathrm{COS}\theta)^2+(\mathrm{Sin}\theta)^2=1 \quad \Rightarrow \quad \mathrm{COS}\theta=\sqrt{1-\mathrm{Sin}^2\theta}$$

$$\Rightarrow \quad \mathrm{Sin}\theta=\sqrt{1-\mathrm{Con}^2\theta}$$

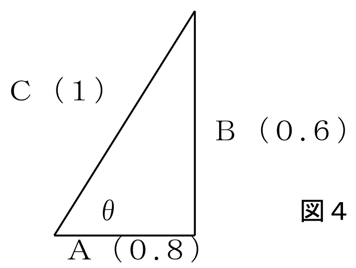


図４－６

一般に数学的には、直角三角形（図４－６参照）で

底辺／斜辺　を　コサインシーター（Cosθ）

同様に

垂線／斜辺　を サインシーター（Sinθ）　　　という。

上述の **力率**：**Cosθ** の由来はこの数学用語を用いたものである。

１－５　ベクトル図の描き方･考え方の基本

ベクトルとは、例えば電気量の大きさと時間的差（方向性）を表わすために用いるグラフ式

の表現である。

そのため、一般的なグラフ表示（縦と横）でなく、極座標と称してグラフの軸を０点を基点として上下･左右･斜めの方向性とで大きさ時間差を表わす方法で､交流電気回路の電気的要素の大きさと時間的ずれを表わすのによく用いられ、慣れると回路の状態が理解しやすい。

Ⅰ　ベクトル図を描くときのルール

インピーダンスの両端の電圧及びその個々のインピーダンス（R,L,C）に流れる電流との各々の関係において､電圧及び電流が同相･遅れ･進みの関係になるかを確認しながら､各要素の方向（同相･遅れ･進み）を描く。

◎　次に示すベクトル図を例題にして、以下に解説をします。

① 回路で基準になる要素（この図の場合は電流$\dot{I}$が一定である）を横軸（水平）に描く。

②　ベクトルの回転方向は、反時計方向を「進み」、時計方向を「遅れ」とする。

③　インピーダンス（R,L,C）の両端の電圧及びそのインピーダンス流れる電流の関係において､電圧及び電流が同相･遅れ･進みの関係になるかを確認しながら､各要素の方向（同相･遅れ･進み）を描く。

④　**抵抗に流れる電流**は電圧と**同相**である。電圧ベクトル線と同じ方向に描く。

⑤　**リアクタンス電流**I_Lは９０°**遅れ電流**であるため、電圧ベクトル線より９０°の角度つけて｢遅れ｣方向に描く。

⑥　**コンデンサ電流**I_Cは９０°**進み電流**であるため、電圧ベクトル線より９０°の角度をつけて｢進み｣方向に描く。

Ⅱ　インピーダンス（R,L,C）が並列に接続されている場合。（並列回路）

①　各インピーダンスに電圧Ｖが同一に加わっている（一定）なので、ベクトルの基準線を電圧Ｖにして横軸にとる（その大きさは電圧の値にあわせて適宜描く）。

②　基準線の電圧Ｖに基点（０点）を合わせて、並列回路の個々の電流I_{R}, I_{L}, I_Cを

上記②～⑥のルールに合わせて描く。

③　電流ベクトルの合成（電流の合成）

イ：リアクタンス電流I_Lとコンデンサ電流I_Cは互いに、電圧に対して９０°相差があるので、I_LとI_Cの１８０°の角度差は正反対の方向となり、ベクトルの足し算（合成）はI_LとI_Cの大きさを差し引いた(打ち消しあった)値になり、値の大きい方の方向になる。その大きさをI_X（$=I_L-I_C$）とする。

ロ：２要素（I_RとI_X）を２辺とした平行四辺形を描き、その対角線が２要素の足したもの（合成電流Ｉ）になる。

Ⅲ　インピーダンス（R,L,C）が直列に接続されている場合。（直列回路）　　上記

①　各インピーダンスに同一電流（一定）が流れているのでベクトルの基準線を全電流Ｉを横軸にとる。（その大きさは電流の値にあわせて適宜描く）。

②　基準線の電流Ｉに基点（０点）を合わせて、直列回路の個々のインピーダンス(R,L,C)に分圧されている各電圧V_R, V_L, V_Cを上記②～⑥ののルールに合わせて、全電流ＩとV_R, V_L, V_Cを描く。

③　電圧ベクトルの合成

イ：リアクタンスの両端の電圧V_Lとコンデンサ両端の電圧V_Cは互いに、電流に対して９０°の相差があるので、V_LとV_Cの１８０°の角度差は正反対の方向となり、ベクトルの足し算（合成）はV_LとV_Cの大きさを差し引いた(打ち消しあった)値になり、値の大きい方の方向になる。その大きさをV_X（$=V_L-V_C$）とする。

ロ：２要素（V_RとV_X）を２辺とした平行四辺形を描き、その対角線が２要素の足したもの（合成電圧＝全電圧）Ｖになる。

ギリシャ文字

大文字	小文字	呼　　称	電気で使用する記号
Α	α	アルファ	
Β	β	ベータ	
Γ	γ	ガンマ	
Δ	δ	デルタ	変圧器の結線記号（Δ－Δ，Ｙ－Δ等）
Ε	ε	イプシロン	誘電率
Ζ	ζ	ゼータ	
Η	η	イータ	効　率
Θ	θ	シータ	角　度、力率を表す補助記号（ＣＯＳ θ ）
Ι	ι	イオータ	
Κ	κ	カッパ	
Λ	λ	ラムダ	
Μ	μ	ミュー	桁の単位（マイクロ）1／1,000,000=10^{-6} ＝百万分の一
Ν	ν	ニュー	
Ξ	ξ	キシー	
Ο	ο	オミクロン	
Π	π	パイ	円周率（３.１４）
Ρ	ρ	ロー	導体の抵抗率（1／ρ ：導電率）
Σ	σ	シグマ	
Τ	τ	タウ	トルク
Υ	υ	ウプシロン	
Φ	ϕ	ファイ	力率を表す補助記号（ＣＯＳ ϕ ）
Χ	χ	カイ	

Ψ	ϕ	プサイ	
Ω	ω	オメガ	電気角速度　ω＝２π f